

2. INECUACIONES

Una desigualdad es una expresión numérica o algebraica unida por uno de los cuatro signos de desigualdad: $<$, $>$, \leq , \geq .

Por ejemplo:

$$\color{red}{\oplus} \quad -2 < 5, \quad 4 \geq x + 2, \quad x^2 - 5 \geq x, \quad x + y \geq 2.$$

Una **inecuación** es una desigualdad algebraica en la que aparecen una o más incógnitas.

El **grado** de una inecuación es el mayor de los grados al que están elevadas sus incógnitas.

Así,

$$\color{red}{\oplus} \quad 4 \geq x + 2 \quad \text{y} \quad x + y \geq 2 \text{ son inecuaciones de primer grado, mientras que } x^2 - 5 \geq x \text{ es de segundo grado.}$$

Resolver una inecuación consiste en encontrar los valores que la verifican. Éstos se denominan **soluciones** de la misma.

Por ejemplo:

$$\color{red}{\oplus} \quad 3 \geq x + 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2] \Leftrightarrow \text{---} \xrightarrow{2}$$


2.1. Inecuaciones equivalentes:

Dos inecuaciones son **equivalentes** si tienen la misma solución.

A veces, para resolver una inecuación, resulta conveniente encontrar otra equivalente más sencilla. Para ello, se pueden realizar las siguientes transformaciones:

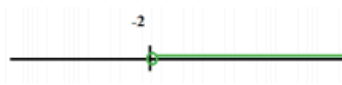
- $\color{red}{\oplus}$ Sumar o restar la misma expresión a los dos miembros de la inecuación.

$$3x + 2 < 5 \Leftrightarrow 3x + 2 - 2 < 5 - 2 \Leftrightarrow 3x < 3$$

- $\color{red}{\oplus}$ Multiplicar o dividir ambos miembros por un número positivo.

$$3x < 3 \Leftrightarrow 3x : 3 < 3 : 3 \Leftrightarrow x < 1$$

- $\color{red}{\oplus}$ Multiplicar o dividir ambos miembros por un número negativo y cambiar la orientación del signo de la desigualdad.

$$-x < 2 \Leftrightarrow (-x) \cdot (-1) > 2 \cdot (-1) \Leftrightarrow x > -2 \Leftrightarrow (-2, +\infty) \Leftrightarrow \text{---} \xleftarrow{-2}$$


A. INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Resuelve las siguientes inecuaciones y representa la solución en la recta real:

- a) $2x - 3 \leq -5$
- b) $x - 2 \leq 3x - 5$
- c) $12 - x \leq -6$
- d) $-5x - 3 \leq -2x + 9$
- e) $2(3x - 3) > 6$
- f) $-3(3 - 2x) < -2(3 + x)$
- g) $2(x + 3) + 3(x - 1) \leq 2(x + 2)$

Resuelve:

- a) $\frac{x}{2} - 6 < 4$
- b) $\frac{2x}{3} - 3 \leq -x$
- c) $2(3x - 2) > 3 - x$
- d) $\frac{2(x + 2)}{3} < 2x$
- e) $\frac{x - 4}{4} + 2 > \frac{x + 4}{8}$
- f) $\frac{x}{2} - 4 < x - \frac{x + 1}{7}$

B. INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x(2x - 3) - 3(5 - x) > 83$

b) $(2x + 5)(2x - 5) \leq 11$

c) $(7 + x)^2 + (7 - x)^2 > 130$

d) $(2x - 3)(3x - 4) - (x - 13)(x - 4) \geq 40$

e) $(3x - 4)(4x - 3) - (2x - 7)(3x - 2) < 214$

f) $8(2 - x)^2 > 2(8 - x)^2$

g) $\frac{x^2 - 6}{2} - \frac{x^2 + 4}{4} \geq 5$

C. SISTEMAS DE INECUACIONES CON UNA INCOGNITA

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

a)
$$\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 \leq 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - 4 < 4x + 1 \\ -2x + 3 < 4x - 5 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - 3 > x - 2 \\ 3x - 7 < x - 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{5} < 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x}{9} < 5 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$$

C. SISTEMAS DE INECUACIONES CON DOS INCOGNITAS

