TIPO ∞ - ∞ :

a) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}$ fracción - fracción = ∞ - ∞

Para resolver este tipo de límites restamos las fracciones, m.c.m de los denominadores. Llegaremos a una indeterminación del tipo ∞/∞, bastará con mirar los grados.
O bien a una indeterminación del tipo k/0, bastará con calcular los límites laterales.

EJEMPLO:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x-1}-\frac{3x}{x^2-1}=\infty-\infty \Rightarrow$ indeterminación.

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}-\frac{3x}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}-\frac{3x}{(x-1)\cdot(x+1)}=$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{(x-1)\cdot(x+1)}-\frac{3x}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x+1-3x}{(x-1)\cdot(x+1)}=$$
$$=\lim_{x\to 1}\frac{1-2x}{(x-1)\cdot(x+1)}=\frac{-1}{0}\Rightarrow \text{ind.}$$

Calculando los límites laterales tenemos:

x→ 1$^+$	1,1	1,01	1,001	1,0001
F(x)	-5,71	-50,74	-500,74	-5000,74

x→1$^-$	0,9	0,99	0,999	0,9999
F(x)	4,21	49,24	499,24	4999,24

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1}-\frac{3x}{x^2-1}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}-\frac{3x}{x^2-1}=\infty\end{array}\right\}\Rightarrow \text{no existe el límite.}$$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{x+1}-\frac{x^3}{x^2+1}=\infty-\infty \Rightarrow$ indeterminación.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{x+1} - \frac{x^3}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2(x^2+1)-x^3(x+1)}{(x+1)\cdot(x^2+1)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^4+x^2-x^4-x^3}{(x+1)\cdot(x^2+1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-x^3}{(x+1)\cdot(x^2+1)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x^2-x^3}{(x^3+x+x^2+1)} = \frac{-1}{1}$$ = -1. (basta mirar los grados: (gr (num)=gr(den)))

b) $\lim_{x\to\infty} \sqrt{polinomio}\text{-}\sqrt{polinomio} = \infty\text{-}\infty$

Para resolver este tipo de límites multiplicamos por el conjugado.

EJEMPLO:

1. $\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2-3x-2} - \sqrt{x^2-x} = \infty - \infty \Rightarrow$ indeterminación.

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2-3x-2} - \sqrt{x^2-x} = \lim_{x\to\infty} (\sqrt{x^2-3x-2} - \sqrt{x^2-x})\cdot\frac{\sqrt{x^2-3x-2}+\sqrt{x^2-x}}{\sqrt{x^2-3x-2}+\sqrt{x^2-x}} =$$

$$=\lim_{x\to\infty} \frac{(\sqrt{x^2-3x-2})^2 - (\sqrt{x^2-x})^2}{\sqrt{x^2-3x-2}+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{(\mathrm{x}^2-3x-2)-(x^2-x)}{\sqrt{x^2-3x-2}+\sqrt{x^2-x}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{(\text{-}3x-2+x)}{\sqrt{x^2-3x-2}+\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x-2}{\sqrt{x^2-3x-2}+\sqrt{x^2-x}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\text{-2x}}{\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2}} = \lim_{x\to-2} \frac{\text{-2x}}{2x} = \frac{-2}{2} = -1.$$