

TIPO 1[∞]: Límite e: $(1+1/f(x))^{f(x)}$

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^{g(x)} = 1^\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{f(x)}\right)^{f(x)} = e$

Para resolver este tipo de límites tenemos que conseguir la expresión: $\left(1 + \frac{1}{f(x)}\right)^{f(x)}$,

EJEMPLO:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x}{x^2 + 5}\right)^{2x-1} = 1^\infty \Rightarrow$ indeterminación

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x}{x^2 + 5}\right)^{2x-1} &\stackrel{\substack{\text{añadimos el 1} \\ \text{que necesitamos}}}{\Rightarrow} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 5} - 1\right)^{2x-1} \Rightarrow \\ &\stackrel{\substack{\text{juntamos la fracción} \\ \text{y el -1 en una única} \\ \text{fracción (m.c.m.)}}}{\Rightarrow} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x^2 - 2x - x^2 - 5}{x^2 + 5}\right)^{2x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{-2x - 5}{x^2 + 5}\right)^{2x-1} = \\ &\stackrel{\substack{\text{necesito denominador} \\ 1, pasamos el numerador} \quad \substack{\text{quiero el mismo exponente} \\ \text{que el denominador de la} \\ \text{función. Si lo añado, tengo} \\ \text{que quitarlo, divido.}}}{\Rightarrow} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 5}{-2x - 5}}\right)^{2x-1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 5}{-2x - 5}}\right)^{\frac{x^2 + 5}{-2x - 5}} \right]^{2x-1 \cdot \frac{x^2 + 5}{-2x - 5}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 5}{-2x - 5}}\right)^{\frac{x^2 + 5}{-2x - 5}} \right]^{\frac{(2x-1)(-2x-5)}{x^2+5}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{(2x-1)(-2x-5)}{x^2+5}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 - 10x + 2x + 5}{x^2 + 5}} = e^{-2} \end{aligned}$$

1. o.